



CHUYÊN ĐỀ LUYỆN THI ĐẠI HỌC 2013 - 2014

PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC

BIÊN SOẠN: LƯU HUY THƯỜNG



HỌ VÀ TÊN:

LỚP :

TRƯỜNG :

HÀ NỘI, 8/2013

CHUYÊN ĐỀ 2: CHUYÊN ĐỀ LƯỢNG GIÁC

KIẾN THỨC CẦN NHỚ

Giá trị lượng giác của góc (cung) lượng giác

1. Định nghĩa các giá trị lượng giác

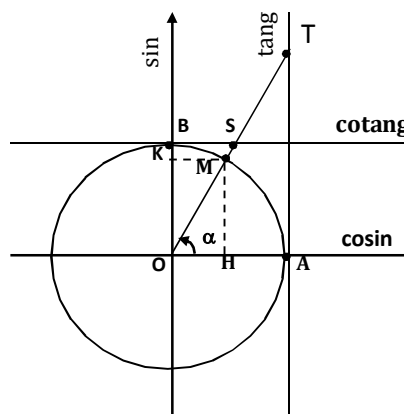
Cho $(OA, OM) = \alpha$. Giả sử $M(x; y)$.

$$\cos \alpha = x = \overline{OH}$$

$$\sin \alpha = y = \overline{OK}$$

$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \overline{AT} \quad \left(\alpha \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \right)$$

$$\cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = \overline{BS} \quad (\alpha \neq k\pi)$$



Nhận xét:

$$\bullet \forall \alpha, -1 \leq \cos \alpha \leq 1; -1 \leq \sin \alpha \leq 1$$

$$\bullet \tan \alpha \text{ xác định khi } \alpha \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

$$\bullet \cot \alpha \text{ xác định khi } \alpha \neq k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

$$\bullet \sin(\alpha + k2\pi) = \sin \alpha$$

$$\bullet \tan(\alpha + k\pi) = \tan \alpha$$

$$\cos(\alpha + k2\pi) = \cos \alpha$$

$$\cot(\alpha + k\pi) = \cot \alpha$$

2. Dấu của các giá trị lượng giác

Giá trị lượng giác \ Phân tư	I	II	III	IV
$\cos \alpha$	+	-	-	+
$\sin \alpha$	+	+	-	-
$\tan \alpha$	+	-	+	-
$\cot \alpha$	+	-	+	-

3. Giá trị lượng giác của các góc đặc biệt

	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
	0°	30°	45°	60°	90°	120°	135°	150°	180°	270°	360°
sin	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0
cos	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1	0	1
tan	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$		$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	0		0
cot		$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	-1	$-\sqrt{3}$		0	

4. Hệ thức cơ bản:

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1; \quad \tan \alpha \cdot \cot \alpha = 1; \quad 1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}; \quad 1 + \cot^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$$

5. Giá trị lượng giác của các góc có liên quan đặc biệt

Góc đối nhau	Góc bù nhau	Góc phụ nhau
$\cos(-\alpha) = \cos \alpha$	$\sin(\pi - \alpha) = \sin \alpha$	$\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cos \alpha$
$\sin(-\alpha) = -\sin \alpha$	$\cos(\pi - \alpha) = -\cos \alpha$	$\cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \sin \alpha$
$\tan(-\alpha) = -\tan \alpha$	$\tan(\pi - \alpha) = -\tan \alpha$	$\tan\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cot \alpha$
$\cot(-\alpha) = -\cot \alpha$	$\cot(\pi - \alpha) = -\cot \alpha$	$\cot\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \tan \alpha$

Góc hơn kém π	Góc hơn kém $\frac{\pi}{2}$
$\sin(\pi + \alpha) = -\sin \alpha$	$\sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = \cos \alpha$
$\cos(\pi + \alpha) = -\cos \alpha$	$\cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = -\sin \alpha$
$\tan(\pi + \alpha) = \tan \alpha$	$\tan\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = -\cot \alpha$
$\cot(\pi + \alpha) = \cot \alpha$	$\cot\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = -\tan \alpha$

II. Công thức lượng giác**1. Công thức cộng**

$$\sin(a + b) = \sin a \cdot \cos b + \sin b \cdot \cos a$$

$$\sin(a - b) = \sin a \cdot \cos b - \sin b \cdot \cos a$$

$$\cos(a + b) = \cos a \cdot \cos b - \sin a \cdot \sin b$$

$$\cos(a - b) = \cos a \cdot \cos b + \sin a \cdot \sin b$$

$$\tan(a + b) = \frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \cdot \tan b}$$

$$\tan(a - b) = \frac{\tan a - \tan b}{1 + \tan a \cdot \tan b}$$

2. Công thức nhân đôi

Hệ quả: $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1 = 1 - 2 \sin^2 \alpha$$

Công thức hạ bậc	Công thức nhân ba (*)
$\sin^2 \alpha = \frac{1 - \cos 2\alpha}{2}$	$\sin 3\alpha = 3 \sin \alpha - 4 \sin^3 \alpha$
$\cos^2 \alpha = \frac{1 + \cos 2\alpha}{2}$	$\cos 3\alpha = 4 \cos^3 \alpha - 3 \cos \alpha$
$\tan^2 \alpha = \frac{1 - \cos 2\alpha}{1 + \cos 2\alpha}$	$\tan 3\alpha = \frac{3 \tan \alpha - \tan^3 \alpha}{1 - 3 \tan^2 \alpha}$

3. Công thức biến đổi tổng thành tích

$\cos a + \cos b = 2 \cos \frac{a+b}{2} \cdot \cos \frac{a-b}{2}$	$\tan a + \tan b = \frac{\sin(a+b)}{\cos a \cdot \cos b}$
$\cos a - \cos b = -2 \sin \frac{a+b}{2} \cdot \sin \frac{a-b}{2}$	$\tan a - \tan b = \frac{\sin(a-b)}{\cos a \cdot \cos b}$
$\sin a + \sin b = 2 \sin \frac{a+b}{2} \cdot \cos \frac{a-b}{2}$	$\cot a + \cot b = \frac{\sin(a+b)}{\sin a \cdot \sin b}$
$\sin a - \sin b = 2 \cos \frac{a+b}{2} \cdot \sin \frac{a-b}{2}$	$\cot a - \cot b = \frac{\sin(b-a)}{\sin a \cdot \sin b}$
$\sin \alpha + \cos \alpha = \sqrt{2} \cdot \sin \left(\alpha + \frac{\pi}{4} \right) = \sqrt{2} \cdot \cos \left(\alpha - \frac{\pi}{4} \right)$ $\sin \alpha - \cos \alpha = \sqrt{2} \sin \left(\alpha - \frac{\pi}{4} \right) = -\sqrt{2} \cos \left(\alpha + \frac{\pi}{4} \right)$	

4. Công thức biến đổi tích thành tổng

$$\begin{aligned}\cos a \cdot \cos b &= \frac{1}{2} [\cos(a-b) + \cos(a+b)] \\ \sin a \cdot \sin b &= \frac{1}{2} [\cos(a-b) - \cos(a+b)] \\ \sin a \cdot \cos b &= \frac{1}{2} [\sin(a-b) + \sin(a+b)]\end{aligned}$$

III. Phương trình lượng giác cơ bản (Các trường hợp đặc biệt)

1. Phương trình $\sin x = \sin \alpha$

$$\text{a) } \sin x = \sin \alpha \Leftrightarrow \begin{cases} x = \alpha + k2\pi \\ x = \pi - \alpha + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$\sin x = a, \quad (-1 \leq a \leq 1)$$

$$\text{b) } \sin x = a \Leftrightarrow \begin{cases} x = \arcsin a + k2\pi \\ x = \pi - \arcsin a + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$\text{c) } \sin u = -\sin v \Leftrightarrow \sin u = \sin(-v)$$

$$\text{d) } \sin u = \cos v \Leftrightarrow \sin u = \sin \left(\frac{\pi}{2} - v \right)$$

$$\text{e) } \sin u = -\cos v \Leftrightarrow \sin u = \sin \left(v - \frac{\pi}{2} \right)$$

Các trường hợp đặc biệt:

$$\sin x = 0 \Leftrightarrow x = k\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$\sin x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$\sin x = -1 \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$\sin x = \pm 1 \Leftrightarrow \sin^2 x = 1 \Leftrightarrow \cos^2 x = 0 \Leftrightarrow \cos x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$$

2. Phương trình $\cos x = \cos \alpha$

$$\text{a) } \cos x = \cos \alpha \Leftrightarrow x = \pm \alpha + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$\text{b) } \begin{aligned} &\cos x = a, \quad (-1 \leq a \leq 1) \\ &\cos x = a \Leftrightarrow x = \pm \arccos a + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z}) \end{aligned}$$

$$\text{c) } \cos u = -\cos v \Leftrightarrow \cos u = \cos(\pi - v)$$

$$\text{d) } \cos u = \sin v \Leftrightarrow \cos u = \cos\left(\frac{\pi}{2} - v\right)$$

$$\text{e) } \cos u = -\sin v \Leftrightarrow \cos u = \cos\left(\frac{\pi}{2} + v\right)$$

Các trường hợp đặc biệt:

$$\cos x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$\cos x = 1 \Leftrightarrow x = k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$\cos x = -1 \Leftrightarrow x = \pi + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$\cos x = \pm 1 \Leftrightarrow \cos^2 x = 1 \Leftrightarrow \sin^2 x = 0 \Leftrightarrow \sin x = 0 \Leftrightarrow x = k\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$$

3. Phương trình $\tan x = \tan \alpha$

$$\text{a) } \tan x = \tan \alpha \Leftrightarrow x = \alpha + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$\text{b) } \tan x = a \Leftrightarrow x = \arctan a + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$\text{c) } \tan u = -\tan v \Leftrightarrow \tan u = \tan(-v)$$

$$\text{d) } \tan u = \cot v \Leftrightarrow \tan u = \tan\left(\frac{\pi}{2} - v\right)$$

$$\text{e) } \tan u = -\cot v \Leftrightarrow \tan u = \tan\left(\frac{\pi}{2} + v\right)$$

Các trường hợp đặc biệt:

$$\tan x = 0 \Leftrightarrow x = k\pi \quad (k \in \mathbb{Z}) \qquad \tan x = \pm 1 \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{4} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$$

4. Phương trình $\cot x = \cot \alpha$

$$\cot x = \cot \alpha \Leftrightarrow x = \alpha + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$\cot x = a \Leftrightarrow x = \operatorname{arccot} a + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$$

Các trường hợp đặc biệt:

$$\cot x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z}) \qquad \cot x = \pm 1 \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{4} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$$

5. Một số điều cần chú ý:

a) Khi giải phương trình có chứa các hàm số tang, cotang, có mẫu số hoặc chứa căn bậc chẵn, thì nhất thiết phải đặt điều kiện để phương trình xác định.

- * Phương trình chứa $\tan x$ thì điều kiện: $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$.
- * Phương trình chứa $\cot x$ thì điều kiện: $x \neq k\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$
- * Phương trình chứa cả $\tan x$ và $\cot x$ thì điều kiện $x \neq k\frac{\pi}{2} \quad (k \in \mathbb{Z})$
- * Phương trình có mẫu số:
 - $\sin x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq k\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$
 - $\cos x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$
 - $\tan x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq k\frac{\pi}{2} \quad (k \in \mathbb{Z})$
 - $\cot x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq k\frac{\pi}{2} \quad (k \in \mathbb{Z})$

b) Khi tìm được nghiệm phải kiểm tra điều kiện. Ta thường dùng một trong các cách sau để kiểm tra điều kiện:

1. Kiểm tra trực tiếp bằng cách thay giá trị của x vào biểu thức điều kiện.
2. Dùng đường tròn lượng giác.
3. Giải các phương trình vô định.

CÁC DẠNG PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC CƠ BẢN

HT 1: Giải các phương trình sau:

1. $\sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = -\frac{1}{2}$

4. $\cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = -\frac{1}{2}$

2. $2\sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) = -\sqrt{2}$

5. $\sqrt{2}\cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = -1$

3. $3\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = 1$

6. $4\cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = -3$

HT 2: Giải các phương trình sau:

a) $\sin(3x + 1) = \sin(x - 2)$

b) $\cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = \cos\left(2x + \frac{\pi}{6}\right)$

c) $\cos 3x = \sin 2x$

d) $\cos\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) + \cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = 0$

e) $\sin 3x + \sin\left(\frac{\pi}{4} - \frac{x}{2}\right) = 0$

f) $\tan\left(3x - \frac{\pi}{4}\right) = \tan\left(x + \frac{\pi}{6}\right)$

g) $\cot\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = \cot\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$

h) $\tan(2x + 1) + \cot x = 0$

HT 3: Giải các phương trình sau (Đưa về phương trình bậc hai)

1. $\sin^2 x - 3\sin x + 2 = 0$

12. $4\cos^3 x + 3\sqrt{2}\sin 2x = 8\cos x$

2. $3\cos^2 2x + 4\cos 2x + 1 = 0$

13. $4\cos^5 x \cdot \sin x - 4\sin^5 x \cdot \cos x = \sin^2 4x$

3. $\tan^2 x - 5\tan x + 6 = 0$

14. $\tan^2 x + (1 - \sqrt{3})\tan x - \sqrt{3} = 0$

4. $\cot^2 x + 3\cot x - 4 = 0$

15. $2\tan x + 2\cot x = 3$

5. $4\sin^2 x - 2(\sqrt{3} + 1)\sin x + \sqrt{3} = 0$

16. $\tan^2 x + \cot^2 x = 2$

6. $\cos^2 2x + 3\sin 2x - 3 = 0$

17. $8\cot^2 2x - 4\cot 2x + 3 = 0$

7. $\cos^2 3x - 5\sin 3x + 5 = 0$

18. $\cos^2 2x + 2(\sin x + \cos x)^2 - 3\sin 2x - 3 = 0$

8. $\sin^2 x + 7\cos x - 7 = 0$

19. $\cos 2x - 3\cos x = 4\cos^2 \frac{x}{2}$

9. $\cos^2 2x - 6\sin x \cos x - 3 = 0$

20. $9 - 13\cos x + \frac{4}{1 + \tan^2 x} = 0$

10. $\cos 4x + 5\sin 2x + 2 = 0$

11. $3\cos 2x + 4\cos x - 7 = 0$

HT 4: Giải các phương trình sau ($a\sin x + b\cos x + c = 0$)

1. $\sin x + \sqrt{3}\cos x = -1$

9. $2\sin^2 x + \sqrt{3}\sin 2x = 3$

2. $\sqrt{2}(\sin 2x + \cos 2x) = -2$

10. $\sin x + \cos x = \sqrt{2}\sin 5x$

3. $\sin 2x - \sqrt{3}\cos 2x = 1$

11. $\sqrt{2}(\sin 2x + \cos 2x) = 2\cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$

4. $\sqrt{3}\cos 3x + \sin 3x = \sqrt{2}$

12. $3\cos x + 4\sin x + \frac{6}{3\cos x + 4\sin x + 1} = 6$

5. $\cos 2x - 2\sqrt{3}\sin x \cos x = 2\sin 3x$

13. $\cos x - \sqrt{3}\sin x = 2\cos\left(\frac{\pi}{3} - x\right)$

6. $\sqrt{3}\cos 4x - 2\sin 2x \cos 2x = 2\cos x$

14. $8\cos x = \frac{\sqrt{3}}{\sin x} + \frac{1}{\cos x}$

7. $\sqrt{3}\sin 5x + 2\cos x - \cos 5x = 0$

8. $\sqrt{3}\sin 2x + \sin\left(\frac{\pi}{2} + 2x\right) = 1$

HT 5: Giải các phương trình sau ($a\sin x + b\cos x + c = 0$) (Nâng cao)

1. $(\sin x + \cos x)^2 + \sqrt{3}\cos 2x = 2$

$$2. 4(\sin^4 x + \cos^4 x) + \sqrt{3} \sin 2x = 2$$

$$3. \cos^2 3x - \sqrt{2} \sin 6x = 1 + \sin^2 3x$$

$$4. 2 \sin 4x + 3 \cos 2x + 16 \sin^3 x \cos x - 5 = 0$$

$$5. 2(\cos 2x + \sqrt{3} \sin 2x) \cos 2x = \cos 2x - \sqrt{3} \sin 2x + 1$$

$$6. \sin x + \cos x \sin 2x + \sqrt{3} \cos 3x = 2(\cos 4x + \sin^3 x)$$

$$7. 1 + 2(\cos 2x \tan x - \sin 2x) \cos^2 x = \cos 2x$$

$$8. 4 \sin^3 x \cos 3x + 4 \cos^3 x \sin 3x + 3\sqrt{3} \cos 4x = 3$$

HT 6: Giải các phương trình sau (Đẳng cấp bậc hai $a \sin^2 x + b \sin x \cos x + c \cos^2 x + d = 0$)

$$1. 3 \sin^2 x - 4 \sin x \cos x + \cos^2 x = 0$$

$$2. 2 \sin^2 x - 3 \cos^2 x + 5 \sin x \cos x - 2 = 0$$

$$3. \sin 4x - 2 \sin^2 2x - 2 \cos 4x = 0$$

$$4. \sin^2 2x - 2 \sin 2x \cos 2x = 3 \cos^2 2x$$

$$5. 2 \cos x + 4 \sin x = \frac{3}{\cos x}$$

$$6. 2 \cos^3 x = 3 \sin x - 4 \sin^3 x$$

$$7. \sin x \cos 2x = 6 \cos x(1 + 2 \cos 2x)$$

$$8. 2 \sin^2 x + (1 - \sqrt{3}) \sin x \cdot \cos x + (1 - \sqrt{3}) \cos^2 x = 1$$

$$9. 3 \sin^2 x + 8 \sin x \cdot \cos x + (8\sqrt{3} - 9) \cos^2 x = 0$$

$$10. 4 \sin^2 x + 3\sqrt{3} \sin x \cdot \cos x - 2 \cos^2 x = 4$$

$$11. 3 \cos^4 x - 4 \sin^2 x \cos^2 x + \sin^4 x = 0$$

$$12. (\sqrt{3} + 1) \sin^2 x - 2\sqrt{3} \sin x \cdot \cos x + (\sqrt{3} - 1) \cos^2 x = 0$$

$$13. 4 \sin^3 x + 3 \cos^3 x - 3 \sin x - \sin^2 x \cos x = 0$$

$$14. \sin^3 x - \sqrt{3} \cos^3 x = \sin x \cos^2 x - \sqrt{3} \sin^2 x \cos x$$

$$15. 2 \sin x + 2\sqrt{3} \cos x = \frac{\sqrt{3}}{\cos x} + \frac{1}{\sin x}$$

$$16. \sqrt{3} \sin x \cdot \cos x - \sin^2 x = \frac{\sqrt{2} - 1}{2}$$

HT 7: Giải các phương trình sau (Đối xứng $a(\sin x \pm \cos x) + b \sin x \cos x + c = 0$)

$$1. 3(\sin x + \cos x) + 2 \sin x \cos x + 3 = 0$$

$$2. \sin 2x - \cos 2x + 7 \sin 4x = 1$$

$$3. 2 \sin x + \sin 2x - 2 \cos x + 2 = 0$$

$$4. 3 \cos 2x + \sin 4x + 6 \sin x \cos x = 3$$

$$5. 1 + \sin^3 x + \cos^3 x = \frac{3}{2} \sin 2x$$

$$6. \sin^3 2x + \cos^3 2x + \frac{1}{2} \sin 4x = 1$$

$$7. 2 \sin 2x - 3\sqrt{3}(\sin x + \cos x) + 8 = 0$$

$$8. 2(\sin x + \cos x) + 3 \sin 2x = 2$$

$$9. 3(\sin x + \cos x) + 2 \sin 2x = -3$$

$$10. (1 - \sqrt{2})(1 + \sin x + \cos x) = \sin 2x$$

$$11. \sin 2x + \sqrt{2} \sin \left(x - \frac{\pi}{4} \right) = 1$$

$$12. \sin^3 x + \cos^3 x = 1 + (\sqrt{2} - 2) \sin x \cos x$$

HT 8: Giải các phương trình sau (Tổng hiệu thành tích)

$$1. \sin x + \sin 2x + \sin 3x = 0$$

$$2. \cos x + \cos 2x + \cos 3x = 0$$

$$3. \cos x + \cos 2x + \cos 3x + 1 = 0$$

$$4. \sin 4x + \sin 2x - 2 \cos^2 x = 0$$

$$5. \sin x + \sin 5x + 1 - 2 \cos^2 x = 0$$

$$6. 2 \sin^2 2x + \sin 6x - 1 = \sin 2x$$

$$7. \sin 2x + \sin 6x + 2 \sin^2 x - 1 = 0$$

$$8. \sin x + \sin 2x + \sin 3x = 1 + \cos x + \cos 2x$$

$$9. \cos 3x + \sin 3x + \cos x - \sin x = \sqrt{2} \cos 2x$$

$$10. \sin x + \sin 2x + \sin 3x = \cos x + \cos 2x + \cos 3x$$

HT 9: Giải các phương trình sau (Tích về tổng hiệu)

$$1. \cos 3x \cdot \cos x = \cos 2x$$

$$2. \sin x \cdot \sin 5x = \sin 2x \cdot \sin 3x$$

$$3. \cos x \cos 3x - \sin 2x \cdot \sin 6x - \sin 4x \cdot \sin 6x = 0$$

$$4. \sqrt{3} \cos 6x - 2 \sin 4x \cdot \cos 2x - \sin 2x = 0$$

$$5. 4 \cos \frac{5x}{2} \cos \frac{3x}{2} + 2(8 \sin x - 1) \cos x = 5$$

HT 10: Giải các phương trình sau (Hạ bậc)

$$1. \sin^2 x + \sin^2 2x + \sin^2 3x = \frac{3}{2}$$

$$2. \cos^2 x + \cos^2 2x + \cos^2 3x = 1$$

$$3. \sin^2 2x - \sin^2 8x = \sin \left(\frac{17\pi}{2} + 10x \right)$$

$$4. 1 + \sin \frac{x}{2} \sin x - \cos \frac{x}{2} \sin^2 x = 2 \cos^2 \left(\frac{\pi}{4} - \frac{x}{2} \right)$$

HT 11: Giải các phương trình sau (Dạng khác)

$$1. \sin^6 x + \cos^6 x = \frac{1}{4}$$

$$2. \sin^3 x + \cos^3 x = \cos 2x$$

$$3. \sin 2x = 1 + \sqrt{2} \cos x + \cos 2x$$

$$4. (2 \sin x - 1)(2 \cos 2x + 2 \sin x + 1) = 3 - 4 \cos^2 x$$

$$5. (\sin x - \sin 2x)(\sin x + \sin 2x) = \sin^2 3x$$

$$6. \sin x + \sin 2x + \sin 3x = \sqrt{2}(\cos x + \cos 2x + \cos 3x)$$

$$7. (1 + 2 \sin x)^2 \cos x = 1 + \sin x + \cos x$$

$$8. \sin x(2 - \cos x) = (1 - \cos x)^2(1 + \cos x)$$

9. $\cos 2x + (1 + 2 \cos x)(\sin x - \cos x) = 0$
10. $\cos 2x + 5 = 2(2 - \cos x)(\sin x - \cos x)$
11. $4 \sin 2x - 3 \cos 2x = 3(4 \sin x - 1)$
12. $\cos 5x \cdot \cos x = \cos 4x \cdot \cos 2x + 3 \cos^2 x + 1$
13. $\sin 7x + \cos^2 2x = \sin^2 2x + \sin x$
14. $\sin^3 x + \cos^3 x + \frac{1}{\sqrt{2}} \sin 2x \cdot \sin \left(x + \frac{\pi}{4} \right) = \cos x + \sin 3x$
15. $1 + \sin 2x + 2 \cos 3x(\sin x + \cos x) = 2 \sin x + 2 \cos 3x + \cos 2x$
16. $\cos x + \sin \left(2x + \frac{\pi}{6} \right) - \sin \left(2x - \frac{\pi}{6} \right) + 1 = \sqrt{3}(1 + 2 \cos x)$

HT 12: Giải các phương trình sau:

ÔN TẬP

Giải các phương trình sau:

- | | |
|---|---|
| HT 1. $2 \sin 5x + \sqrt{3} \cos 3x + \sin 3x = 0$ | Đ/s: $x = -\frac{\pi}{24} + \frac{k\pi}{4}; x = \frac{2\pi}{3} - k\pi$ |
| HT 2. $\cos^2 x - \sqrt{3} \sin 2x = 1 + \sin^2 x$ | Đ/s: $x = k\pi; x = -\frac{\pi}{3} + k\pi$ |
| HT 3. $3 \cos^4 x - 4 \sin^2 x \cdot \cos^2 x + \sin^4 x = 0$ | Đ/s: $x = \pm \frac{\pi}{4} + k\pi; x = \pm \frac{\pi}{3} + k\pi$ |
| HT 4. $\sin 2x + \sqrt{2} \sin \left(x - \frac{\pi}{4} \right) = 1$ | Đ/s: $x = \frac{\pi}{4} + k2\pi; x = \frac{\pi}{2} + k2\pi; x = \pi + k2\pi$ |
| HT 5. $4 \sin^3 x - 1 = 3 \sin x - \sqrt{3} \cos 3x$ | Đ/s: $x = \frac{\pi}{18} + \frac{k2\pi}{3}; x = \frac{\pi}{2} + \frac{k2\pi}{3}$ |
| HT 6. $4 \sin^3 x + 3 \cos^3 x - 3 \sin x - \sin^2 x \cos x = 0$ | Đ/s: $x = \frac{\pi}{4} + k\pi; x = \pm \frac{\pi}{3} + k\pi$ |
| HT 7. $2 \sin 4x + 3 \cos 2x + 16 \sin^3 x \cos x - 5 = 0$ | Đ/s: $x = \frac{\alpha}{2} + k\pi; (k \in \mathbb{Z}); \cos \alpha = \frac{3}{5}; \sin \alpha = \frac{4}{5}$ |
| HT 8. $\sin x - 4 \sin^3 x + \cos x = 0$ | Đ/s: $x = \frac{\pi}{4} + k\pi$ |
| HT 9. $\tan x \sin^2 x - 2 \sin^2 x = 3(\cos 2x + \sin x \cos x)$ | Đ/s: $x = -\frac{\pi}{4} + k\pi; x = \pm \frac{\pi}{3} + k\pi$ |
| HT 10. $\cos 2x + 5 = 2(2 - \cos x)(\sin x - \cos x)$ | Đ/s: $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi; x = \pi + k2\pi$ |
| HT 11. $2 \cos 2x - 8 \cos x + 7 = \frac{1}{\cos x}$ | Đ/s: $x = k2\pi; x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi$ |
| HT 12. $4 \cos^2 x + 3 \tan^2 x - 4\sqrt{3} \cos x + 2\sqrt{3} \tan x + 4 = 0$ | Đ/s: $x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$ |
| HT 13. $\sin^3 x - \cos^3 x = \cos 2x \cdot \tan \left(x + \frac{\pi}{4} \right) \cdot \tan \left(x - \frac{\pi}{4} \right)$ | Đ/s: $x = \frac{\pi}{4} + k\pi; x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi; x = \pi + k2\pi$ |
| HT 14. $\cos^2 \left(x + \frac{\pi}{3} \right) + \cos^2 \left(x + \frac{2\pi}{3} \right) = \frac{1}{2}(\sin x + 1)$ | Đ/s: $x = k2\pi; x = \frac{\pi}{6} + k2\pi; x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi$ |
| HT 15. $2 \sin^2 \left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{4} \right) = 1 + 4 \cos^2 \left(\frac{x}{3} + \frac{\pi}{6} \right)$ | Đ/s: $x = \pi + k3\pi; x = \frac{\pi}{2} + k6\pi (k \in \mathbb{Z})$ |
| HT 16. $\frac{1}{\tan x + \cot 2x} = \frac{\sqrt{2}(\cos x - \sin x)}{\cot x - 1}$ | Đ/s: $x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$ |
| HT 17. $\frac{\sin^4 x + \cos^4 x}{\sin 2x} = \frac{1}{2}(\tan x + \cot x)$ | Đ/s: Vô nghiệm |
| HT 18. $(2 \cos x - 1)(\sin x + \cos x) = 1$ | Đ/s: $x = k2\pi; x = \frac{\pi}{6} + \frac{k2\pi}{3}$ |
| HT 19. $2 \sin^2 \left(x - \frac{\pi}{4} \right) = 2 \sin^2 x - \tan x$ | Đ/s: $x = \frac{\pi}{4} + k\pi;$ |
| HT 20. $\sin 2x + \sin x - \frac{1}{2 \sin x} - \frac{1}{\sin 2x} = 2 \cot 2x$ | Đ/s: $x = \frac{\pi}{4} + k \frac{\pi}{2}$ |
| HT 21. $\sin 2x(\cos x + 3) - 2\sqrt{3} \cos^3 x - 3\sqrt{3} \cos 2x + 8(\sqrt{3} \cos x - \sin x) - 3\sqrt{3} = 0$ | |

$$\text{Đ/s: } x = \frac{\pi}{3} + k\pi; x = k2\pi, k \in \mathbb{Z}$$

$$\text{HT 22. } \sin\left(\frac{5x}{2} - \frac{\pi}{4}\right) - \cos\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{2} \cos \frac{3x}{2}$$

$$\text{Đ/s: } x = \frac{\pi}{3} + k \frac{2\pi}{3} \vee x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \vee x = \pi + k2\pi$$

$$\text{HT 23. } 2\sqrt{2} \sin\left(x - \frac{\pi}{12}\right) \cos x = 1$$

$$\text{Đ/s: } \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\pi \text{ hay } x = \frac{\pi}{3} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$\text{HT 24. } 2 \cos^2 x + 2\sqrt{3} \sin x \cos x + 1 = 3(\sin x + \sqrt{3} \cos x) \quad \text{Đ/s: } x = \frac{2\pi}{3} + k\pi$$

$$\text{HT 25. } \frac{\sin 2x}{\cos x} + \frac{\cos 2x}{\sin x} = \tan x - \cot x$$

$$\text{Đ/s: } \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi$$

$$\text{HT 26. } (1 - \tan x)(1 + \sin 2x) = 1 + \tan x$$

$$\text{Đ/s: } x = k\pi; x = -\frac{\pi}{4} + k\pi$$

$$\text{HT 27. } 2 \sin^2\left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{4}\right) = 1 + 4 \cos^2\left(\frac{x}{3} + \frac{\pi}{6}\right)$$

$$x = \pi + k3\pi; x = \frac{\pi}{2} + k6\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$$

Đ/s:

$$\text{HT 28. } 2 \sin 6x - 2 \sin 4x + \sqrt{3} \cos 2x = \sqrt{3} + \sin 2x$$

$$\text{Đ/s: } x = -\frac{\pi}{12} + \frac{k\pi}{2}; x = \frac{\pi}{18} + \frac{k\pi}{3}$$

$$\text{HT 29. } \cos 2x + \cos 4x + \cos 6x = \cos x \cdot \cos 2x \cdot \cos 3x + 2 \quad \text{Đ/s: } x = k\pi$$

$$\text{HT 30. } \frac{\cot^2 x + \cot x}{\cot^2 x + 1} = \sqrt{2} \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$$

$$x = \frac{-\pi}{4} + k\pi$$

Đ/s:

$$\text{HT 31. } \frac{\cos^3 x - \cos^2 x}{\sin x + \cos x} = 2(1 + \sin x).$$

$$\text{Đ/s: } x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi; x = \pi + m2\pi$$

$$\text{HT 32. } 4 \sin^2 \frac{x}{2} - \sqrt{3} \cos 2x = 3 - 2 \cos^2\left(\frac{\pi}{4} - x\right)$$

$$\text{Đ/s: } x = \frac{5\pi}{18} + \frac{k2\pi}{3}; x = -\frac{7\pi}{6} + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$\text{HT 33. } \sin 2x - 2\sqrt{2}(\sin x + \cos x) = 5$$

$$\text{Đ/s: } x = \frac{5\pi}{4} + k2\pi$$

$$\text{HT 34. } \sin^2 4x \cdot \sin \frac{3}{2}x + \cos^4 x - 1 = \cos^2 x$$

Đ/s: Vô nghiệm

$$\text{HT 35. } \frac{1}{\sqrt{2}} \tan x + 2 \cos\left(x + \frac{5\pi}{2}\right) = \frac{\sin 2x}{\sin x - \cos x}$$

$$\text{Đ/s: } \Leftrightarrow x = k\pi; x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi; x = \frac{5\pi}{12} + \frac{k2\pi}{3}$$

$$\text{HT 36. } 9 \sin x + 6 \cos x - 3 \sin 2x + \cos 2x = 8$$

$$\text{Đ/s: } x = \frac{\pi}{2} + k2\pi$$

$$\text{HT 37. } 4 \sin x \cdot \sin\left(\frac{\pi}{3} + x\right) \cdot \sin\left(\frac{\pi}{3} - x\right) - 4\sqrt{3} \cdot \cos x \cdot \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) \cdot \cos\left(x + \frac{2\pi}{3}\right) = 2 \quad \text{Đ/s: } x = \frac{\pi}{18} + k \frac{2\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$$

$$\text{HT 38. } 2 \cos^2 \frac{9x}{10} = \cos \frac{6x}{5} - 1$$

$$\text{Đ/s: } x = \frac{5\pi}{3} + \frac{k10\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$$

$$\text{HT 39. } 2 \cos^2(2x + \frac{\pi}{4}) = \cot x - \tan x - 2$$

$$\text{Đ/s: } x = \frac{\pi}{8} + \frac{l\pi}{2}, l \in \mathbb{Z}$$

$$\text{HT 40. } \cot^4 x + 1 = \frac{(2 - \sin^2 2x)(2 \cos^2 x - \cos x)}{2 \sin^4 x}$$

$$\text{Đ/s: } x = \pm \frac{2\pi}{3} + l2\pi, l \in \mathbb{Z}$$

HT 41. $2 \sin^2 \left(x - \frac{\pi}{4} \right) = 2 \sin^2 x - \tan x$

Đ/s: $x = \frac{\pi}{4} + k \frac{\pi}{2}$

HT 42. $2 \cos 6x + 2 \cos 4x - \sqrt{3} \cos 2x = \sin 2x + \sqrt{3}$

Đ/s: $x = \frac{\pi}{2} + k\pi; x = -\frac{\pi}{24} + \frac{k\pi}{2}; x = \frac{\pi}{42} + \frac{k2\pi}{7}$

HT 43. $2 \cos 3x \cdot \cos x + \sqrt{3}(1 + \sin 2x) = 2\sqrt{3} \cos^2(2x + \frac{\pi}{4})$

Đ/s: $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$ và $x = -\frac{\pi}{18} + k \frac{\pi}{3}$.

HT 44. $\frac{1}{\tan x + \cot 2x} = \frac{\sqrt{2}(\cos x - \sin x)}{\cot x - 1}$

Đ/s: $x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi$

HT 45. $\frac{\sin^4 2x + \cos^4 2x}{\tan(\frac{\pi}{4} - x) \cdot \tan(\frac{\pi}{4} + x)} = \cos^4 4x$

Đ/s: $x = k \frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$

HT 46. $\frac{\sqrt{3}}{\cos^2 x} + \frac{4 + 2 \sin 2x}{\sin 2x} - 2\sqrt{3} = 2(\cot x + 1)$

Đ/s: $x = \frac{\pi}{6} + k \frac{\pi}{2}$

HT 47. $\sqrt{3} \sin 2x \cdot (2 \cos x + 1) + 2 = \cos 3x + \cos 2x - 3 \cos x$.

Đ/s: $x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi; x = -\frac{2\pi}{3} + k2\pi$ và $x = -\frac{\pi}{6} + k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$)

HT 48. $8(\sin^6 x + \cos^6 x) + 3\sqrt{3} \sin 4x = 3\sqrt{3} \cos 2x - 9 \sin 2x + 11$

Đ/s: $x = \frac{\pi}{12} + k\pi; x = \frac{5\pi}{12} + k\pi; x = \frac{7\pi}{12} + k\pi; x = \frac{\pi}{4} + k\pi$

HT 49. $1 + \tan 2x = \frac{1 - \sin 2x}{\cos^2 2x}$

Đ/s: $x = k \frac{\pi}{2}, x = l\pi; (k, l \in \mathbb{Z})$

HT 50. $\frac{\cos^2 x \cdot (\cos x - 1)}{\sin x + \cos x} = 2(1 + \sin x)$.

Đ/s: $x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi$ và $x = \pi + m2\pi$

HT 51. $\sin(2x + \frac{17\pi}{2}) + 16 = 2\sqrt{3} \sin x \cos x + 20 \sin^2(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{12})$

Đ/s: $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi$ và $x = -\frac{5\pi}{6} + k2\pi$

HT 52. $\sin x + \sin^2 x + \sin^3 x + \sin^4 x = \cos x + \cos^2 x + \cos^3 x + \cos^4 x$

Đ/s: $x = \frac{\pi}{4} + k\pi; x = \pi + m2\pi; x = -\frac{\pi}{2} + m2\pi$

TUYỂN TẬP ĐỀ THI ĐẠI HỌC CÁC NĂM 2002 - 2013**HT 1.** (ĐH 2002A) Tìm nghiệm thuộc khoảng $(0; 2\pi)$ của phương trình:

$$5 \left(\sin x + \frac{\cos 3x + \sin 3x}{1 + 2 \sin 2x} \right) = \cos 2x + 3 \quad \text{Đ/S: } x = \frac{\pi}{3}; x = \frac{5\pi}{3}.$$

HT 2. (ĐH 2002B) $\sin^2 3x - \cos^2 4x = \sin^2 5x - \cos^2 6x$ Đ/S: $x = k\frac{\pi}{9}; x = k\frac{\pi}{2}$.**HT 3.** (ĐH 2002D) Tìm x thuộc đoạn $[0; 14]$ nghiệm đúng phương trình:

$$\cos 3x - 4 \cos 2x + 3 \cos x - 4 = 0$$

$$\text{Đ/S: } x = \frac{\pi}{2}; x = \frac{3\pi}{2}; x = \frac{5\pi}{2}; x = \frac{7\pi}{2}.$$

HT 4. (ĐH 2003A) Giải phương trình: $\cot x - 1 = \frac{\cos 2x}{1 + \tan x} + \sin^2 x - \frac{1}{2} \sin 2x$ Đ/S: $x = \frac{\pi}{4} + k\pi$.**HT 5.** (ĐH 2003B) Giải phương trình: $\cot x - \tan x + 4 \sin 2x = \frac{2}{\sin 2x}$ Đ/S: $x = \pm \frac{\pi}{3} + k\pi$.**HT 6.** (ĐH 2003D) Giải phương trình: $\sin^2 \left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{4} \right) \tan^2 x - \cos^2 \frac{x}{2} = 0$.

$$\text{Đ/S: } x = \pi + k2\pi; x = -\frac{\pi}{4} + k\pi.$$

HT 7. (ĐH 2004B) Giải phương trình: $5 \sin x - 2 = 3(1 - \sin x) \tan^2 x$.

$$\text{Đ/S: } x = \frac{\pi}{6} + k2\pi; x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi.$$

HT 8. (ĐH 2004D) Giải phương trình: $(2 \cos x - 1)(2 \sin x + \cos x) = \sin 2x - \sin x$.

$$\text{Đ/S: } x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi; x = -\frac{\pi}{4} + k\pi.$$

HT 9. (ĐH 2005A) Giải phương trình: $\cos^2 3x \cdot \cos 2x - \cos^2 x = 0$ Đ/S: $x = k\frac{\pi}{2}$.**HT 10.** (ĐH 2005B) Giải phương trình: $1 + \sin x + \cos x + \sin 2x + \cos 2x = 0$.

$$\text{Đ/S: } x = -\frac{\pi}{4} + k\pi; x = \pm \frac{2\pi}{3} + k2\pi.$$

HT 11. (ĐH 2005D) Giải phương trình: $\cos^4 x + \sin^4 x + \cos \left(x - \frac{\pi}{4} \right) \sin \left(3x - \frac{\pi}{4} \right) - \frac{3}{2} = 0$ Đ/S: $x = \frac{\pi}{4} + k\pi$.**HT 12.** (ĐH 2006A) Giải phương trình: $\frac{2(\cos^6 x + \sin^6 x) - \sin x \cdot \cos x}{\sqrt{2} - 2 \sin x} = 0$ Đ/S: $x = \frac{5\pi}{4} + 2m\pi$.**HT 13.** (ĐH 2006B) Giải phương trình: $\cot x + \sin x \left(1 + \tan x \cdot \tan \frac{x}{2} \right) = 4$.

$$\text{Đ/S: } x = \frac{\pi}{12} + k\pi; x = \frac{5\pi}{12} + k\pi.$$

HT 14. (ĐH 2006D) Giải phương trình: $\cos 3x + \cos 2x - \cos x - 1 = 0$ Đ/S: $x = k\pi; x = \pm \frac{2\pi}{3} + k2\pi$.**HT 15.** (ĐH 2007A) Giải phương trình: $(1 + \sin^2 x) \cos x + (1 + \cos^2 x) \sin x = 1 + \sin 2x$

$$\text{Đ/S: } x = -\frac{\pi}{4} + k\pi; x = \frac{\pi}{2} + k2\pi; x = k2\pi.$$

HT 16. (ĐH 2007B) Giải phương trình: $2 \sin^2 2x + \sin 7x - 1 = \sin x$.

$$\text{Đ/S: } x = \frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{4}; x = \frac{\pi}{18} + k\frac{2\pi}{3}; x = \frac{5\pi}{18} + k\frac{2\pi}{3}.$$

HT 17. (ĐH 2007D) Giải phương trình: $\left(\sin \frac{x}{2} + \cos \frac{x}{2} \right)^2 + \sqrt{3} \cos x = 2$ Đ/S: $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi; x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi$ **HT 18.** (ĐH 2008A) Giải phương trình: $\frac{1}{\sin x} + \frac{1}{\sin \left(x - \frac{3\pi}{2} \right)} = 4 \sin \left(\frac{7\pi}{4} - x \right)$.

$$\text{Đ/S: } x = -\frac{\pi}{4} + k\pi; x = -\frac{\pi}{8} + k\pi; x = \frac{5\pi}{8} + k\pi$$

HT 19. (ĐH 2008B) Giải phương trình: $\sin^3 x - \sqrt{3} \cos^3 x = \sin x \cos^2 x - \sqrt{3} \sin^2 x \cos x$.

$$\text{Đ/S: } x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}; x = -\frac{\pi}{3} + k\pi.$$

HT 20. (ĐH 2008D) Giải phương trình: $2 \sin x(1 + \cos 2x) + \sin 2x = 1 + 2 \cos x$.

$$\text{Đ/S: } x = \pm \frac{2\pi}{3} + k2\pi; x = \frac{\pi}{4} + k\pi.$$

HT 21. (ĐH 2009A) Giải phương trình: $\frac{(1 - 2 \sin x) \cos x}{(1 + 2 \sin x)(1 - \sin x)} = \sqrt{3}$. $\text{Đ/S: } x = -\frac{\pi}{18} + k\frac{2\pi}{3}$.

HT 22. (ĐH 2009B) Giải phương trình: $\sin x + \cos x \cdot \sin 2x + \sqrt{3} \cos 3x = 2(\cos 4x + \sin^3 x)$.

$$\text{Đ/S: } x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi; x = \frac{\pi}{42} + k\frac{2\pi}{7}.$$

HT 23. (ĐH 2009D) Giải phương trình: $\sqrt{3} \cos 5x - 2 \sin 3x \cos 2x - \sin x = 0$.

$$\text{Đ/S: } x = \frac{\pi}{18} + k\frac{\pi}{3}; x = -\frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{2}.$$

HT 24. (ĐH 2010A) Giải phương trình: $\frac{(1 + \sin x + \cos 2x) \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)}{1 + \tan x} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cos x$

$$\text{Đ/S: } x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi; x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi.$$

HT 25. (ĐH 2010B) Giải phương trình: $(\sin 2x + \cos 2x) \cos x + 2 \cos 2x - \sin x = 0$. $\text{Đ/S: } x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}$.

HT 26. (ĐH 2010D) Giải phương trình: $\sin 2x - \cos 2x + 3 \sin x - \cos x - 1 = 0$.

$$\text{Đ/S: } x = \frac{\pi}{6} + k2\pi; x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi.$$

HT 27. (ĐH 2011A) Giải phương trình: $\frac{1 + \sin 2x + \cos 2x}{1 + \cot^2 x} = \sqrt{2} \sin x \sin 2x$

$$\text{Đ/S } x = \frac{\pi}{2} + k\pi; x = \frac{\pi}{4} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$$

HT 28. (ĐH 2011B) Giải phương trình: $\sin 2x \cos x + \sin x \cos x = \cos 2x + \sin x + \cos x$

$$\text{Đ/S: } x = \frac{\pi}{2} + k2\pi; x = \frac{\pi}{3} + k\frac{2\pi}{3} (k \in \mathbb{Z})$$

HT 29. (ĐH 2011D) Giải phương trình: $\frac{\sin 2x + 2 \cos x - \sin x - 1}{\tan x + \sqrt{3}} = 0$ $\text{Đ/S: } x = \frac{\pi}{3} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$

HT 30. (ĐH 2012A+A1) $\sqrt{3} \sin 2x + \cos 2x = 2 \cos x - 1$ $\text{Đ/S: } x = \frac{\pi}{2} + k\pi; x = k2\pi; x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi$

HT 31. (ĐH 2012B) $2(\cos x + \sqrt{3} \sin x) \cos x = \cos x - \sqrt{3} \sin x + 1$ $\text{Đ/S: } x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi; x = k\frac{2\pi}{3}$

HT 32. (ĐH 2012D) $\sin 3x + \cos 3x - \sin x + \cos x = \sqrt{2} \cos 2x$

$$\text{Đ/S: } x = \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}; x = \frac{7\pi}{12} + k2\pi; x = -\frac{\pi}{12} + k2\pi$$

HT 33. (ĐH 2013A+A1) $1 + \tan x = 2\sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$ $\text{Đ/S: } x = -\frac{\pi}{4} + k\pi; x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$

HT 34. (ĐH 2013B) $\sin 5x + 2 \cos^2 x = 1$ $\text{Đ/S: } x = -\frac{\pi}{6} + k\frac{2\pi}{3}; x = -\frac{\pi}{14} + k\frac{2\pi}{7} (k \in \mathbb{Z})$

HT 35. (ĐH 2013D) $\sin 3x + \cos 2x - \sin x = 0$

$$\text{Đ/S: } x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}; x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi; x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$$

TUYỂN TẬP ĐỀ THI DỰ BỊ CÁC NĂM

HT 1. (ĐH 2002A-db2) Giải phương trình: $\tan x + \cos x - \cos^2 x = \sin x \left(1 + \tan x \cdot \tan \frac{x}{2}\right)$.

Đ/S: $x = k2\pi$.

HT 2. (ĐH 2002B-db1) Giải phương trình: $\tan^4 x + 1 = \frac{(2 - \sin^2 2x) \sin 3x}{\cos^4 x}$.

Đ/S: $x = \frac{\pi}{18} + k\frac{2\pi}{3}; x = \frac{5\pi}{18} + k\frac{2\pi}{3}$.

HT 3. (ĐH 2002B-db2) Giải phương trình: $\frac{\sin^4 x + \cos^4 x}{5 \sin 2x} = \frac{1}{2} \cot 2x - \frac{1}{8 \sin 2x}$.

Đ/S: $x = \pm \frac{\pi}{6} + k\pi$.

HT 4. (ĐH 2003A-db1) Giải phương trình: $\cos 2x + \cos x (2 \tan^2 x - 1) = 2$.

Đ/S: $x = (2k+1)\pi, x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi$

HT 5. (ĐH 2003A-db2) Giải phương trình: $3 - \tan x (\tan x + 2 \sin x) + 6 \cos x = 0$.

Đ/S: $x = \pm \frac{\pi}{3} + k\pi$

HT 6. (ĐH 2003B-db1) Giải phương trình: $3 \cos 4x - 8 \cos^6 x + 2 \cos^2 x + 3 = 0$.

Đ/S: $x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}, x = k\pi$

HT 7. (ĐH 2003B-db2) Giải phương trình: $\frac{(2 - \sqrt{3}) \cos x - 2 \sin^2 \left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{4}\right)}{2 \cos x - 1} = 1$.

Đ/S: $x = \frac{\pi}{3} + (2k+1)\pi$

HT 8. (ĐH 2003D-db1) Giải phương trình: $\frac{\cos^2 x (\cos x - 1)}{\sin x + \cos x} = 2(1 + \sin x)$.

Đ/S: $x = -\frac{\pi}{2} + k\pi, x = \pi + k2\pi$

HT 9. (ĐH 2003D-db2) Giải phương trình: $\cot x = \tan x + \frac{2 \cos 4x}{\sin 2x}$. **Đ/S:** $x = \pm \frac{\pi}{3} + k\pi$.

HT 10. (ĐH 2004A-db1) Giải phương trình: $4(\sin^3 x + \cos^3 x) = \cos x + 3 \sin x$.

Đ/S: $x = \frac{\pi}{4} + k\pi; x = \pm \frac{\pi}{3} + k\pi$

HT 11. (ĐH 2004B-db1) Giải phương trình: $2\sqrt{2} \cos \left(x + \frac{\pi}{4}\right) + \frac{1}{\sin x} = \frac{1}{\cos x}$. **Đ/S:** $x = \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}$

HT 12. (ĐH 2004B-db2) Giải phương trình: $\sin 4x \cdot \sin 7x = \cos 3x \cdot \cos 6x$.

Đ/S: $x = \frac{\pi}{2} + k\pi; x = -\frac{\pi}{20} + \frac{k\pi}{10}$

HT 13. (ĐH 2004D-db1) Giải phương trình: $2 \sin x \cdot \cos 2x + \sin 2x \cdot \cos x = \sin 4x \cdot \cos x$.

Đ/S: $x = \frac{k\pi}{3}; x = \frac{\pi}{4} + k\pi$

HT 14. (ĐH 2004D-db2) Giải phương trình: $\sin x + \sin 2x = \sqrt{3}(\cos x + \cos 2x)$.

Đ/S: $x = \frac{2\pi}{9} + \frac{k2\pi}{3}; x = -\pi + k2\pi$

HT 15. (ĐH 2005A-db1) Tìm $x \in (0; \pi)$ của pt: $4 \sin^2 \frac{x}{2} - \sqrt{3} \cos 2x = 1 + 2 \cos^2 \left(x - \frac{3\pi}{4}\right)$.

Đ/S: $x = \frac{5\pi}{18}; x = \frac{17\pi}{18}; x = \frac{5\pi}{6}$.

HT 16. (ĐH 2005A-db2) Giải phương trình: $2\sqrt{2} \cos^3 \left(x - \frac{\pi}{4} \right) - 3 \cos x - \sin x = 0.$

Đ/S: PT có nghiệm: $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$ hoặc $x = \frac{\pi}{4} + k\pi.$

HT 17. (ĐH 2005B-db1) Giải phương trình: $\sin x \cdot \cos 2x + \cos^2 x (\tan^2 x - 1) + 2 \sin^3 x = 0.$

Đ/S: $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi; x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi.$

HT 18. (ĐH 2005B-db2) Giải phương trình: $\tan \left(\frac{\pi}{2} + x \right) - 3 \tan^2 x = \frac{\cos 2x - 1}{\cos^2 x}$

Đ/S: $x = -\frac{\pi}{4} + k\pi.$

HT 19. (ĐH 2005D-db1) Giải phương trình: $\tan \left(\frac{3\pi}{2} - x \right) + \frac{\sin x}{1 + \cos x} = 2.$

Đ/S: $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi; x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi.$

HT 20. (ĐH 2005D-db2) Giải phương trình: $\sin 2x + \cos 2x + 3 \sin x - \cos x - 2 = 0.$

Đ/S: $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi; x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi; x = \frac{\pi}{2} + k2\pi; x = \pi + k2\pi.$

HT 21. (ĐH 2006A-db1) Giải phương trình: $\cos 3x \cdot \cos^3 x - \sin 3x \cdot \sin^3 x = \frac{2 + 3\sqrt{2}}{8}.$

Đ/S: $x = \pm \frac{\pi}{16} + k \frac{\pi}{2}.$

HT 22. (ĐH 2006A-db2) Giải phương trình: $2 \sin \left(2x - \frac{\pi}{6} \right) + 4 \sin x + 1 = 0.$

Đ/S: $x = k\pi; x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi.$

HT 23. (ĐH 2006B-db1) Giải phương trình: $(2 \sin^2 x - 1) \tan^2 2x + 3(2 \cos^2 x - 1) = 0.$

Đ/S: $x = \pm \frac{\pi}{6} + k \frac{\pi}{2}.$

HT 24. (ĐH 2006B-db2) Giải phương trình: $\cos 2x + (1 + 2 \cos x)(\sin x - \cos x) = 0.$

Đ/S: $x = \frac{\pi}{4} + k\pi; x = \frac{\pi}{2} + k2\pi; x = \pi + k2\pi.$

HT 25. (ĐH 2006D-db1) Giải phương trình: $\cos^3 x + \sin^3 x + 2 \sin^2 x = 1.$

Đ/S: $x = -\frac{\pi}{4} + k\pi; x = k2\pi; x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi.$

HT 26. (ĐH 2006D-db2) Giải phương trình: $4 \sin^3 x + 4 \sin^2 x + 3 \sin 2x + 6 \cos x = 0.$

Đ/S: $x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi; x = \pm \frac{2\pi}{3} + k2\pi.$

HT 27. (ĐH 2007A-db1) Giải phương trình: $\sin 2x + \sin x - \frac{1}{2 \sin x} - \frac{1}{\sin 2x} = 2 \cot 2x.$

Đ/S: $x = \frac{\pi}{4} + k \frac{\pi}{2}.$

HT 28. (ĐH 2007A-db2) Giải phương trình: $2 \cos^2 x + 2\sqrt{3} \sin x \cos x + 1 = 3(\sin x + \sqrt{3} \cos x).$

Đ/S: $x = \frac{2\pi}{3} + k\pi.$

HT 29. (ĐH 2007B-db1) Giải phương trình: $\sin \left(\frac{5x}{2} - \frac{\pi}{4} \right) - \cos \left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{4} \right) = \sqrt{2} \cos \frac{3x}{2}$

Đ/S: $x = \frac{\pi}{3} + k \frac{2\pi}{3}; x = \frac{\pi}{2} + k2\pi; x = \pi + k2\pi.$

HT 30. (ĐH 2007B-db2) Giải phương trình: $\frac{\sin 2x}{\cos x} + \frac{\cos 2x}{\sin x} = \tan x - \cot x.$ **Đ/S:** $x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi.$

HT 31. (ĐH 2007D-db1) Giải phương trình: $2\sqrt{2} \sin\left(x - \frac{\pi}{12}\right) \cos x = 1$

Đ/S: $x = \frac{\pi}{4} + k\pi$ hay $x = \frac{\pi}{3} + k\pi$.

HT 32. (ĐH 2007D-db2) Giải phương trình: $(1 - \tan x)(1 + \sin 2x) = 1 + \tan x$.

Đ/S: $x = -\frac{\pi}{4} + k\pi; x = k\pi$.

HT 33. (ĐH 2008A-db1) Tìm $x \in (0; \pi)$ của phương trình: $4 \sin^2 \frac{x}{2} - \sqrt{3} \cos 2x = 1 + 2 \cos^2 \left(x - \frac{3\pi}{4}\right)$.

Đ/S: $x = \frac{5\pi}{18}; x = \frac{17\pi}{18}; x = \frac{5\pi}{6}$.

HT 34. (ĐH 2008A-db2) Giải phương trình: $2\sqrt{2} \cos^3\left(x - \frac{\pi}{4}\right) - 3 \cos x - \sin x = 0$.

Đ/S: $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$ hoặc $x = \frac{\pi}{4} + k\pi$.

HT 35. (ĐH 2008B-db1) Giải phương trình: $\sin x \cos 2x + \cos^2 x (\tan^2 x - 1) + 2 \sin^3 x = 0$.

Đ/S: $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi; x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi$.

HT 36. (ĐH 2008B-db2) Giải phương trình: $\tan\left(\frac{\pi}{2} + x\right) - 3 \tan^2 x = \frac{\cos 2x - 1}{\cos^2 x}$.

Đ/S: $x = -\frac{\pi}{4} + k\pi$.

HT 37. (ĐH 2008D-db1) Giải phương trình: $\tan\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) + \frac{\sin x}{1 + \cos x} = 2$.

Đ/S: $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi; x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi$.

HT 38. (ĐH 2008D-db2) Giải phương trình: $\sin 2x + \cos 2x + 3 \sin x - \cos x - 2 = 0$

Đ/S: $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi; x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi; x = \frac{\pi}{2} + k2\pi; x = \pi + k2\pi$.